

Zadania jednokrotnego wyboru – 10 pkt
TYLKO JEDNA ODPOWIEDŹ JEST POPRAWNA

- Liczba $\frac{|\sqrt{2}-\sqrt{3}|}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} - 5$ jest równa:
 A. $2\sqrt{6}-10$ B. 0 C. -6 D. $-2\sqrt{6}$
- Ile par (x, y) liczb całkowitych x, y spełnia równanie $x^2 - y^2 = 7$?
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- Liczba $\left(\sqrt{2} - \sqrt[3]{3\sqrt{3}} - \sqrt[6]{8}\right)^2$ jest równa:
 A. 3 B. 11 C. $\sqrt[3]{43}$ D. $11 - 4\sqrt{6}$
- Zbiorem argumentów, dla których funkcja $f(x) = -\frac{3}{5}(x+10) - 9$ przyjmuje wartości nieujemne, jest przedział:
 A. $(-\infty; 25)$ B. $(25; +\infty)$ C. $(-\infty; -25)$ D. $(-25; +\infty)$
- Jeśli 60% liczby a wynosi tyle samo, co 210% liczby b , zatem liczba a jest większa od liczby b o:
 A. 150% B. 250% C. 350% D. 450%
- Grupa sześciu dziewięciolatków wybrała się z opiekunem na wycieczkę. Średnia wieku całej grupy jest o 3 lata większa od średniej wieku dzieci. Ile lat ma opiekun?
 A. 28 B. 32 C. 30 D. 35
- Dane są kula oraz walec. Przekrój osiowy walca jest kwadratem o boku, którego długość równa się średnicy kuli. Wówczas:
 A. objętości obu brył są równe B. pola powierzchni obu brył są równe
 C. pole powierzchni kuli jest równe polu powierzchni bocznej walca
 D. pole powierzchni kuli jest równe sumie pól podstaw walca
- Cena $1m^3$ gazu była równa 1,35 zł. Po podwyżce ceny gazu państwo Nowakowie postanowili bardziej ekonomicznie używać gazu i w wyniku tego zużycie zmniejszyło się o 10%. Mimo tego rachunek wzrósł o 8%. O ile groszy podrożał $1m^3$ gazu?
 A. 30 B. 27 C. 25 D. 20
- Pole kwadratu jest o 100 mniejsze od pola koła opisanego na tym kwadracie. Pole tego koła jest równe:
 A. $\frac{100\pi}{\pi-2}$ B. $50(2+\pi)$ C. $\frac{100\pi}{\pi+2}$ D. 50π
- Liczba $n^3 + 6n^2 + 9n$, gdzie n jest liczbą całkowitą, jest kwadratem liczby całkowitej dla:
 A. dokładnie jednej liczby n B. skończenie wielu liczb n
 C. nieskończenie wielu liczb n D. nie ma takich liczb n

Zadania wielokrotnego wyboru – 30 pkt
ZERO, JEDNA, DWIE LUB TRZY ODPOWIEDZI POPRAWNE

- Okręgi o promieniach $r = 3$ i $R = 10$ nie mają punktów wspólnych. Odległość środków tych okręgów może być równa:
 A. 1 B. 13 C. 19
- Liczby rzeczywiste a, b, c, d spełniają równości $a+1 = b-2 = c+3 = d-4$. Zatem:
 A. $c < a < b$ B. $a < b < d$ C. $c < d < b$
- Liczba $\frac{16}{(\sqrt{5}-3)(2+\sqrt{2})(3+\sqrt{5})(\sqrt{2}-2)}$ jest liczbą:
 A. dodatnią B. wymierną C. całkowitą

14. W prostokącie $ABCD$ punkt D leży w odległości 3 cm od przekątnej AC i $|AD| = \sqrt{10}$ cm. Wtedy długość promienia okręgu opisanego na prostokącie $ABCD$:
- A. wynosi 5 cm B. jest liczbą pierwszą C. wynosi 10 cm
15. Dla liczb rzeczywistych x, y, z równość $(x+y) \cdot (x+z) = x+y \cdot z$ jest spełniona gdy:
- A. $x = y = z = \frac{1}{3}$ B. $x = 0$ C. $x + y + z = 1$
16. Tworząca stożka o długości 10 jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 30° . Wówczas objętość stożka jest równa:
- A. 125π B. $\frac{125\sqrt{3}}{3}\pi$ C. $125\sqrt{3}\pi$
17. Dla dowolnych liczb $a > 0$ i $b > 0$ prawdziwa jest nierówność:
- A. $a^2 + b^2 > 2ab$ B. $a + \frac{1}{a} \geq 2$ C. $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$
18. Funkcja f dana jest wzorem $f(x) = \sqrt{x-3} + \sqrt{5-x}$. Wobec tego:
- A. funkcja f nie ma miejsc zerowych B. dziedziną funkcji f jest przedział $\langle 3, 5 \rangle$
 C. dla argumentu 4 funkcja f przyjmuje wartość 2.
19. Funkcja f określona wzorem $f(x) = (2\sqrt{2} - 3)x + 1$. Zatem:
- A. funkcja f jest funkcją rosnącą B. liczba $2\sqrt{2} + 3$ jest miejscem zerowym funkcji f
 C. kąt nachylenia wykresu funkcji f do osi OX jest kątem rozwartym
20. Niech $k = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$. Wobec tego:
- A. dla każdego $x > 0$ liczba $k = x - 2\sqrt{x} + 2$ B. dla każdego $x \in \mathbb{R}$ liczba $k = x - 2$
 C. dla każdego $x \in (-\infty; 2)$ liczba $k = 2 - x$
21. Suma cyfr pewnej liczby dwucyfrowej jest równa 10. Wynika stąd, że liczba ta jest:
- A. większa od 20 B. mniejsza od 91 C. mniejsza od 95
22. Różnica dwóch liczb naturalnych jest liczbą nieparzystą. Wynika stąd, że:
- A. co najmniej jedna z nich jest liczbą nieparzystą B. iloczyn tych liczb jest liczbą nieparzystą
 C. suma tych liczb jest liczbą nieparzystą
23. Wiadomo, że $p\%$ liczby $p + 4$ jest równe $\frac{1}{4}p$, gdzie $p > 0$. Zatem:
- A. $p = 21$ B. p jest liczbą całkowitą C. $p = 25$
24. Trapez, którego podstawy są równe 8 i 12 został podzielony przekątną na dwa trójkąty. Jeden z powstałych trójkątów ma pole równe 24. Pole tego trapezu może być równe:
- A. 40 B. 50 C. 60
25. Liczba wszystkich ścian graniastosłupa o 27 krawędziach jest równa:
- A. 9 B. 11 C. $\frac{6\sqrt{121}}{\sqrt[3]{216}}$

Zadania otwarte – każde za 5 punktów

Zadanie 1. Funkcja liniowa f spełnia dla każdej liczby rzeczywistej x warunki:
$$\begin{cases} f(3x+1) = 3f(x) - 4 \\ f(2x) + 3 = 2f(x) \end{cases}$$

- a) Wyznacz wzór tej funkcji i narysuj jej wykres.
 b) Podaj miejsce zerowe oraz zbiór argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości niedodatnie.

Zadanie 2. W trójkąt ABC wpisano okrąg, który jest styczny do jego boków AB, BC, AC odpowiednio w punktach M, N, P . Miary kątów trójkąta MNP są równe $50^\circ, 60^\circ, 70^\circ$. Znajdź miary kątów trójkąta ABC .