SUPERMATEMATYK KLASA II listopad 2014
część I - zadania jednokrotnego wyboru – 10 pkt

TYLKO JEDNA ODPOWIEDŹ POPRAWNA!

1. Monika kupuje pieczywo za 4,28 zł, pięć jogurtów po 1,85 zł każdy, ser za 7,38 zł, pomidory za 5,99 zł i ciastka za 4,15 zł, Oszacowała wartość zakupów na 30 zł. Popełniony przez Monikę błąd względny, w zaokrągleniu do części setnych, wynosi: a) 0,06; b) 0,05; c) 0,04; d) 0,03.

2. Wskaż liczbę, która nie jest wymierna. a) $1024^{0,1}$; b) $100^{0,2}$; c) $8100^{0,5}$; d) $64^{1,(3)}$.

3. Masa złowionej ryby jest równa 0,8 kg i 0,8 masy ryby, czyli wynosi: a) 2 kg; b) 3 kg; c) 4 kg; d) 5 kg.

4. Po wyznaczeniu n ze wzoru $I = \frac{nE}{nR+r}$ otrzymamy:

a) $\frac{Ir}{E-IR}$; b) $\frac{E-IR}{Ir}$; c) $\frac{IE}{IR-r}$; d) $\frac{IR-r}{IE}$.

5. Prosta o równaniu y = px – 2 jest prostopadła do prostej y = qx + 2. Wynika z tego, że:

a) pq – 2 = 0; b) pq – 1 = 0; c) pq + 1 = 0; d) pq + 2 = 0.

6. Która z poniższych funkcji jest funkcją malejącą? a) $y = \left(2\sqrt{5} - 5\right)x - \sqrt{5}$;

b) $y = \left(3 - 2\sqrt{2}\right)x + \sqrt{2}$; c) $y = \left(2 - \sqrt{3}\right)x - \sqrt{3}$; d) y = (π – 3)x + π.

7. Najmniejszą liczbą całkowitą należącą do zbioru rozwiązań nierówności $\frac{x}{5} + \frac{5}{12} < \frac{7x}{15}$ jest:

a) 2; b) 1; c) – 1; d) – 2.

8. Różnica liczby m i jej kwadratu jest największa dla liczby m równej: a) $\frac{1}{5}$; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{1}{3}$; d) $\frac{1}{2}$.

9. W okrąg o promieniu R wpisano kwadrat, a następnie w ten kwadrat wpisano okrąg o promieniu r. Iloraz $\frac{R}{r}$ jest równy: a) 2; b) 1,5; c) $\sqrt{2}$; d) 1,25.

10. Wartością funkcji $g(x) = \sqrt[3]{x - 11} + 2x - \sqrt{x^2 + 16x + 64}$ dla argumentu 3 jest liczba:

a) – 7; b) – 5; c) – 3; d) – 1.

część II - zadania wielokrotnego wyboru – 10 pkt (klasa II)

WSZYSTKIE ODPOWIEDZI MOGĄ BYĆ POPRAWNE!

1. W okręgu o promieniu 10 dana jest cięciwa o długości 8. Odległość środka tego okręgu od tej cięciwy może być równa: a) 6; b) $\sqrt{84}$; c) $4\sqrt{21}$; d) $2\sqrt{21}$.

2. Jeżeli n jest liczbą naturalną, to liczba A = (n + 3)(n + 4)(n + 5) na pewno dzieli się przez:

a) 2; b) 3: c) 4; d) 6.

3. Dana jest funkcji $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$, gdzie x ≠ 0. Wtedy: a) f(– 1) < 0; b) $f\left(\sqrt{2}\right) = \frac{3}{2}\sqrt{2}$;
c) $f\left(\sqrt{2} - 1\right) = 2\sqrt{2}$; d) $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x}{x^2+1}$.

4. Indyjska bajka o małpach: „Bawiły się raz małpy – wieść indyjska niesie – kwadrat ich ósmej części już skacze po lesie, pozostałych dwanaście w pląsach i z wrzaskami pomiędzy zielonymi hasa pagórkami". Tych małp mogło być: a) 16; b) 32; c) 24; d) 48.

5. Poniższa równość jest prawdziwa: a) $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^5 = 4^6$; b) $1 + 2 + 3 = \sqrt{1^3 + 2^3 + 3^4}$;

c) $\frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{2}{\sqrt{8}-2} = 2\sqrt{2} + 2$; d) $(a - b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2ac + 2bc$.

6. Ile różnych dodatnich dzielników ma liczba 2006?

a) więcej niż 3; b) więcej niż 5; c) mniej niż 6; d) dokładnie 8.

7. Kąt przy wierzchołku C trójkąta ABC jest średnią arytmetyczną kątów przy wierzchołkach A i B. Zatem:

a) nie może to być trójkąt równoboczny; b) jest to trójkąt równoramienny;

c) kąt przy wierzchołku C jest równy 60^o; d) może to być trójkąt prostokątny.

8. Niech f będzie taką funkcją, że $f(1) = 10$ oraz $f(x) = x^2 \cdot (f(x-1) - 1)$ dla każdej całkowitej liczby $x > 1$.

Wówczas dla tej funkcji: a) $f(2) = 35$; b) $f(3) = 315$; c) $f(4) > 2006$; d) $f(10) < 100 \cdot f(9)$.

9. Liczby a i b są różnymi dodatnimi liczbami całkowitymi oraz $w = 1 + a + b + ab$. Wtedy:

a) w jest liczbą złożoną dla dowolnych liczb a i b; b) $240 < w < 250$ dla pewnych liczb a i b;

c) $w \geq 6$ dla dowolnych liczb a i b; d) $w = 2010$ dla pewnych liczb a i b.

10. Dla dowolnych liczb rzeczywistych x i y prawdziwa jest równość:

a) $xy + x + y = (x + 1)(y + 1) - 1$; b) $xy + x - y = (x - 1)(y + 1) - 1$;

c) $xy - x + y = (x + 1)(y - 1) + 1$; d) $xy - x - y = (x - 1)(y - 1) - 1$.

część III – zadania otwarte – 20 pkt (klasa II)

<u>KAŻDE ZADANIE ROZWIĄŻ NA ODDZIELNEJ KARTCE!</u>

<u>Zad. 1</u>. W zbiorniku samochodu jest 60 litrów benzyny. Samochód ten spala średnio 8 litrów na 100 km. Napisz wzór funkcji opisującej ilość benzyny w zbiorniku w zależności od liczby przejechanych kilometrów (zakładamy, że samochód nie jest tankowany do chwili, kiedy zbiornik będzie pusty). Podaj dziedzinę tej funkcji, narysuj jej wykres i oblicz ile benzyny zostanie po przejechaniu 240 km.

<u>Zad. 2.</u> Znajdź trzy liczby, jeżeli wiesz, że suma pierwszej liczby i trzeciej części trzeciej liczby jest równa drugiej liczbie, suma drugiej liczby i trzeciej części pierwszej liczby jest równa trzeciej liczbie, a trzecia liczba jest o 10 większa od pierwszej.

<u>Zad. 3.</u> W trójkąt ABC wpisano okrąg styczny do boków AB, BC i AC odpowiednio w punktach M, D, N. Wiedząc, że $|NC| = 3$, $|MA| = 2$ i kąt w wierzchołku C ma miarę 60 stopni, oblicz pole tego trójkąta.

<u>Zad. 4.</u> Wykaż, że:

a) stosunek pola kwadratu wpisanego w koło do pola tego koła jest mniejszy od 2:3;

b) jeżeli dwie różne liczby rzeczywiste x i y spełniają warunek $x^2 + x = y^2 + y$, to $x + y + 1 = 0$.

Powodzenia!!!