



RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI TRYGNOMETRYCZNE

Zadanie 1

Rozwiąż równanie $\sin x = -\frac{1}{2}$.

Zadanie 2

Rozwiąż równanie $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ w przedziale $x \in \langle -2\pi; \pi \rangle$.

Zadanie 3

Rozwiąż równanie $2\sin 2x = -\sqrt{3}$.

Zadanie 4

Oblicz sumę najmniejszego i największego rozwiązania równania $2\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -2$
 $x \in \langle -\pi; \pi \rangle$.

Zadanie 5

Rozwiąż równania

- a) $\sin x - \sin 2x = 0$
- b) $2\cos^2 x - 2 + 3\sin x = 1$
- c) $\cos 2x - \cos^2 x = 2$
- d) $2\cos 2x + 3 = 4\cos x$
- e) $\operatorname{tg}^2 x - 2\operatorname{tg} x = -1$
- f) $2\sin x - \frac{2}{\sin x} = 3$
- g) $\sin 2x + \sin 3x = 0$
- h) $2\cos^2 x = \sin 2x$
- i) $\cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) + \cos 2x = 0$
- j) $\sin x + \cos x = 1$



k) $\sin x - \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$

l) $\sin 2x + \cos 4x = 0$

m) $-1 + \cos x = \sin x$

Zadanie 6

Rozwiąż równania

a) $\sin x + \sin 2x = 0$ w przedziale $x \in \langle -2\pi; \pi \rangle$.

b) $2 \cos^2 x - 3 \sin x = 3$ w przedziale $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$.

c) $\cos 2x + 4 = \cos^2 x$ w przedziale $x \in \langle -3\pi; \pi \rangle$.

d) $2 \cos(2x - \pi) = -\sqrt{3}$ w przedziale $x \in \langle 0; 3\pi \rangle$.

e) $\operatorname{ctg}^2 x - 2 \operatorname{ctg} x = -1$ w przedziale $x \in \langle -\pi; 2\pi \rangle$.

f) $2 \sin x - \frac{2}{\sin x} = 3$ w przedziale $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$.

g) $\sin 3x - \sin 2x = 0$ w przedziale $x \in \langle 0; \pi \rangle$.

h) $2 \cos^2 x - \sin 2x = 0$ w przedziale $x \in \langle -\pi; 2\pi \rangle$.

i) $\cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) + \cos 3x = 0$ w przedziale $x \in \langle 0; \pi \rangle$.

j) $\sin x - \cos x = -1$ w przedziale $x \in \langle -\frac{5}{2}\pi; 2\pi \rangle$.

k) $\cos x - \sin x = 0$ w przedziale $x \in \langle -\pi; \pi \rangle$.

l) $\sin 2x + \cos 4x = 0$ w przedziale $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$.

m) $\cos x = \sin x + 1$ w przedziale $x \in \langle -2\pi; 3\pi \rangle$.

Zadanie 7

Wyznacz rozwiązanie zawarte w przedziale $\langle 0; 2\pi \rangle$ dla każdej z podanych niżej nierówności

a) $4 \cos(2x) < 2$

b) $\operatorname{tg}(\pi - x) < -\sqrt{3}$

c) $\sin^2 x - \frac{1}{2} \geq 0$

d) $\operatorname{ctg}(3x - \pi) \geq 1$



Zadanie 8

Rozwiąż nierówność

a) $\operatorname{tg}(2x + \pi) \geq -\sqrt{3}$

b) $\cos(x - \pi) < -0,5$

c) $2\sin(2x - \pi) \geq 2$

d) $2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) < -2\sqrt{2}$

e) $\cos^2 x - \frac{1}{2} \leq 0$

f) $\frac{3\operatorname{tg}x - \sqrt{3}}{\sin^2 x} \leq 0$

g) $\left|\sin(x - \pi) - \frac{\sqrt{3}}{2}\right| > 0$



ODPOWIEDZI

ZADANIE	ODPOWIEDŹ
Zadanie 1	$x_1 = \frac{11}{6}\pi + 2k\pi, k \in C$ $x_2 = \frac{7}{6}\pi + 2k\pi, k \in C$
Zadanie 2	$x_1 = -\frac{5}{4}\pi$ $x_2 = -\frac{3}{4}\pi$ $x_3 = \frac{3}{4}\pi$
Zadanie 3	$x_1 = \frac{5}{6}\pi + k\pi, k \in C$ $x_2 = \frac{2}{3}\pi + k\pi, k \in C$
Zadanie 4	$x = \frac{1}{12}\pi + k\pi, k \in C$
Zadanie 5	a) $x_1 = \frac{7}{6}\pi + 2k\pi, k \in C$ $x_2 = \frac{11}{6}\pi + 2k\pi, k \in C$
Zadanie 5	b) $x_1 = \frac{1}{2}\pi + 2k\pi, k \in C$ $x_2 = \frac{1}{6}\pi + 2k\pi, k \in C$ $x_3 = \frac{5}{6}\pi + 2k\pi, k \in C$
Zadanie 5	c) brak rozwiązań rzeczywistych
Zadanie 5	d) $x_1 = \frac{1}{3}\pi + 2k\pi, k \in C$ $x_2 = \frac{5}{3}\pi + 2k\pi, k \in C$
Zadanie 5	e) $x = \frac{1}{4}\pi + k\pi, k \in C$
Zadanie 5	f) $x_1 = \frac{7}{6}\pi + 2k\pi, k \in C$ $x_2 = \frac{11}{6}\pi + 2k\pi, k \in C$



Zadanie 5	g)	$x_1 = \frac{1}{2}\pi + k\pi, k \in C$ $x_2 = k\pi, k \in C$
Zadanie 5	h)	$x_1 = \frac{1}{2}\pi + k\pi, k \in C$ $x_2 = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in C$
Zadanie 5	i)	$x_1 = \frac{7}{30}\pi + \frac{2k\pi}{5}, k \in C$ $x_2 = \frac{7}{6}\pi + 2k\pi, k \in C$
Zadanie 5	j)	$x_1 = 2k\pi, k \in C$ $x_2 = \frac{1}{2}\pi + 2k\pi, k \in C$
Zadanie 5	k)	$x = \frac{11}{12}\pi + k\pi, k \in C$
Zadanie 5	l)	$x = \frac{1}{4}\pi + \frac{k\pi}{3}, k \in C$
Zadanie 5	m)	$x_1 = \frac{3}{2}\pi + 2k\pi, k \in C$ $x_2 = 2k\pi, k \in C$
Zadanie 6	a)	$x \in \left\{ -2\pi, -\frac{4}{3}\pi, -\pi, -\frac{2}{3}\pi, 0, \frac{2}{3}\pi, \pi \right\}$
Zadanie 6	b)	$x \in \left\{ \frac{7}{6}\pi, \frac{3}{2}\pi, \frac{11}{6}\pi \right\}$
Zadanie 6	c)	$x \in \left\{ -\frac{5}{6}\pi, -\frac{1}{2}\pi, -\frac{1}{6}\pi, \frac{7}{6}\pi, \frac{3}{2}\pi, \frac{11}{6}\pi \right\}$
Zadanie 6	d)	$x \in \left\{ \frac{11}{12}\pi, \frac{13}{12}\pi, \frac{23}{12}\pi, \frac{25}{12}\pi \right\}$
Zadanie 6	e)	$x \in \left\{ -\frac{3}{4}\pi, \frac{1}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi \right\}$
Zadanie 6	f)	$x \in \left\{ \frac{7}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi \right\}$
Zadanie 6	g)	$x \in \left\{ \frac{1}{5}\pi, \frac{3}{5}\pi, \pi \right\}$
Zadanie 6	h)	$x \in \left\{ -\frac{3}{4}\pi, -\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{4}\pi, \frac{1}{2}\pi, \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi \right\}$
Zadanie 6	i)	$x \in \left\{ \frac{4}{21}\pi, \frac{10}{21}\pi, \frac{16}{21}\pi \right\}$
Zadanie 6	j)	$x \in \left\{ -\frac{5}{2}\pi, -\frac{1}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi, 2\pi \right\}$
Zadanie 6	k)	$x \in \left\{ -\frac{1}{4}\pi, \frac{1}{4}\pi \right\}$



Zadanie 6	l)	$x \in \left\{ \frac{1}{4}\pi, \frac{7}{12}\pi, \frac{11}{12}\pi, \frac{5}{4}\pi, \frac{19}{12}\pi, \frac{23}{12}\pi \right\}$
Zadanie 6	m)	$x \in \left\{ -2\pi, -\frac{1}{2}\pi, 0, \frac{3}{2}\pi, 2\pi \right\}$
Zadanie 7	a)	$x \in \left(\frac{1}{6}\pi; \frac{5}{6}\pi \right)$
Zadanie 7	b)	$x \in \left(\frac{1}{3}\pi; \frac{1}{2}\pi \right)$
Zadanie 7	c)	$x \in \left\langle \frac{1}{4}\pi; \frac{3}{4}\pi \right\rangle$
Zadanie 7	d)	$x \in \left(0; \frac{1}{12}\pi \right) \cup \left(\frac{1}{3}\pi; \frac{5}{12}\pi \right) \cup \left(\frac{2}{3}\pi; \frac{9}{12}\pi \right)$
Zadanie 8	a)	$x \in \left(-\frac{1}{6}\pi + \frac{k\pi}{2}; \frac{1}{4}\pi + \frac{k\pi}{2} \right), k \in C$
Zadanie 8	b)	$x \in \left(\frac{5}{3}\pi + 2k\pi; \frac{7}{3}\pi + 2k\pi \right), k \in C$
Zadanie 8	c)	$x = \frac{3}{4}\pi + k\pi, k \in C$
Zadanie 8	d)	$x \in \emptyset$
Zadanie 8	e)	$x \in \left\langle \frac{1}{4}\pi + k\pi; \frac{3}{4}\pi + k\pi \right\rangle, k \in C$
Zadanie 8	f)	$x \in \left(-\frac{1}{2}\pi + k\pi; k\pi \right) \cup \left(k\pi; \frac{1}{6}\pi + k\pi \right), k \in C$
Zadanie 8	g)	$x \neq \frac{5}{6}\pi + 2k\pi; x \neq \frac{7}{6}\pi + 2k\pi, k \in C$